**Chap 1 Fonction quantile**

**I-/ Rappels** Fonction de répartition

X : Ω → R est une va sur l’espace proba ( Ω, F, P )

F étant ensemble even observables et appartient à Ω, P est application de F qui lui associe un nbr entre 0 et 1

B borélien de R

( intervalle de R )

borélien = plus petite tribu de R qui contient tous les intervalles

La ***loi de X*** est la proba P\_x sur ( R, Borélien(R) ) définie par

borélien de R

La ***fonction de répartition*** de X est :

**Propriétés :**

\_ la fonction de répartition caractérise la loi

\_ elle est croissante, continue à droite avec une limite à gauche qui existe en tout point (càdlàg), elle tend vers 1 en +inf et vers 0 en -inf

Toute fonction croissante càdlàg de limite 0 en -inf et 1 en +inf est la fonction de répartition d’une va réelle

Ex : Une personne ponctuelle a rdv avec une personne qui arrive n’importe quand entre 5min avant et 15min après

T : temps d’attente de la pers ponctuelle

la fonc de répartition vaut 0 avant 0 et 1 après 15

Si



T n’est pas discrète ni à densité ( car pas continue )

**Remarques :**

\_ Quand la fonction de répartition F\_x est continue C^1 par morceaux ( C^1 sauf en un nbr fini de points ) sa dérivée f\_x est une densité de X

\_ Toute fonction f positive et d’intégrale 1 définit une loi de proba, celle de fonction de répartition :

\_ “la” densité n’est pas unique

Si X a pour densité f\_X toute modification de f\_X en un nbr fini ou dénombrable de points est encore une densité de X

la fonction de répartition F\_X de X est unique

ex : sont des densités de unif(]0; 1[) = unif([0; 1]) de fonction de répartition



**Les différents types de lois :**

\_ Si X est une va discrète ( ie

Connaître les P(X=x) pour chaque x donne la loi X n’a pas de densité par rapport à la mesure de Lebesgue

Sa fonction de répartition n’est pas continue

\_ Si X est une va à densité ( par rapport à la mesure de Lebesgue )

Connaître une densité donne la loi

Les P(X=x) = 0

La fonction de répartition est continue

\_ Une va X peut être ni discrète ni à densité

Sa loi n’est connue ( en MIASHS ) que par sa fonction de répartition, qui peut être continue ou discontinue

**II - / Simulation par inversion de la fonction de répartition**

1. Cas simple \_ Quand le fonction de répartition est continue strictement croissante

On veut simuler la va X

Sa fonction de répartition est continue strictement croissante





Quelle est la loi de F\_x^-1 (U) pour ?

Calculons sa fonction de répartition :

= { 0 si s < 0 s si 0 s <1 1 si s1

et X ont même fonction de répartition donc même loi

**Proposition :**

Si Unif([0; 1[) alors (U) a même loi que X

On simule X en tirant au hasard entre 0 et 1 et en appliquant la fonction quantile